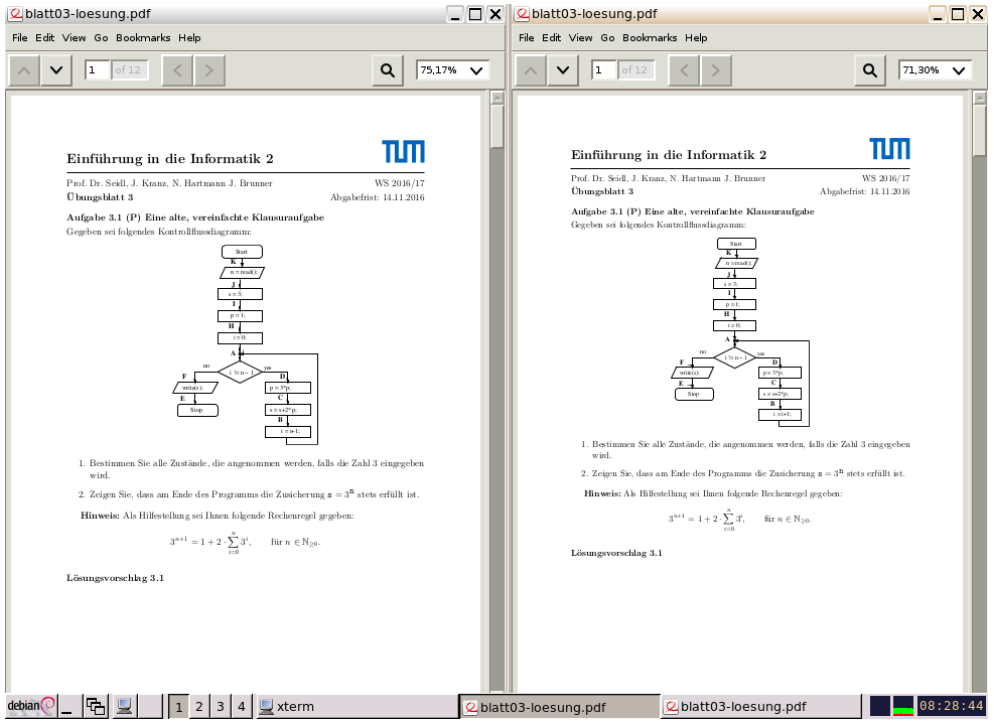
Script **generated by TTT**

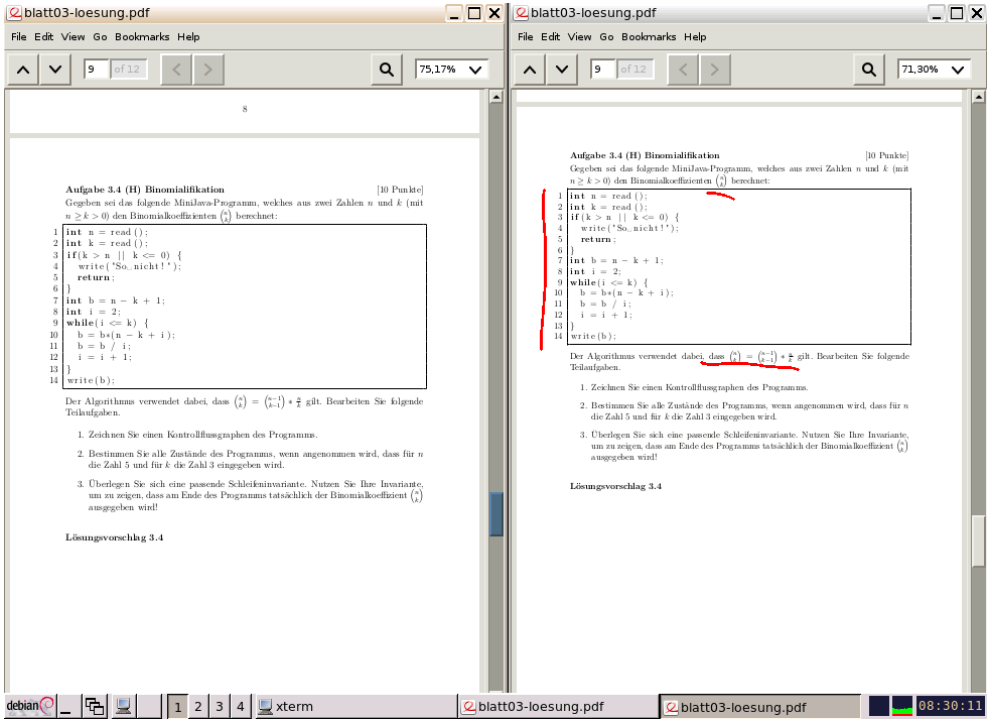
Title: Seidl: Info2 (25.11.2016)

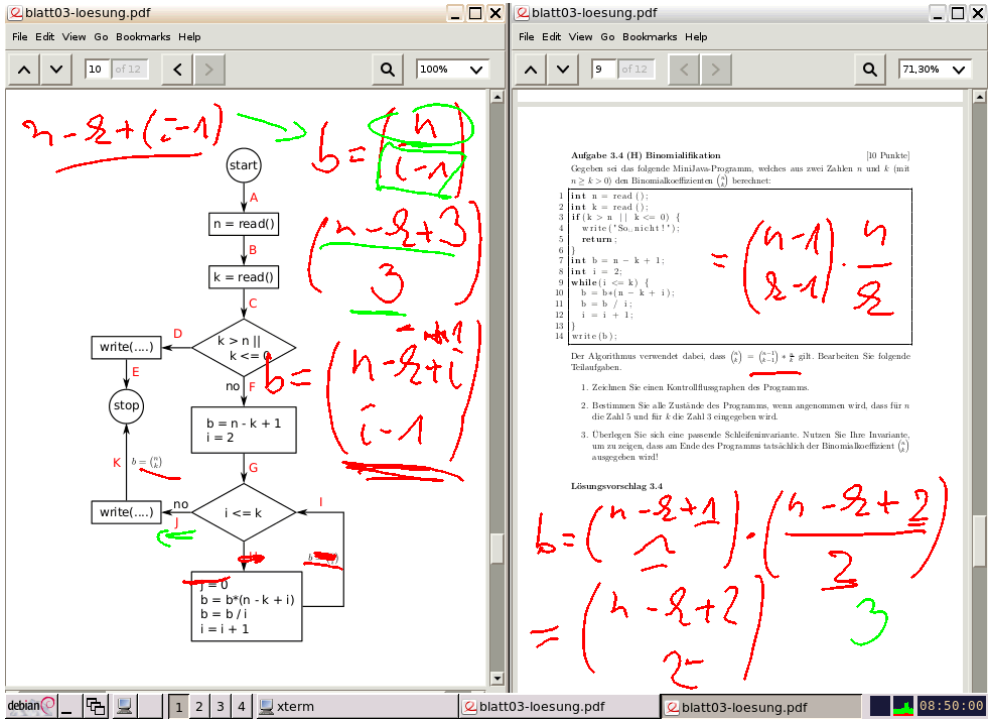
Date: Fri Nov 25 08:27:00 CET 2016

Duration: 82:32 min

Pages: 14

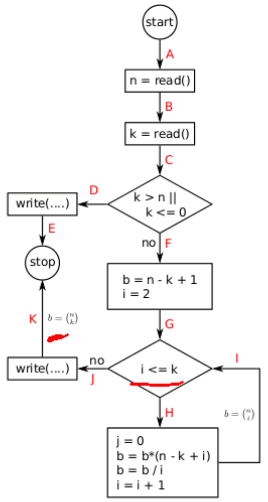






blatt03-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help



blatt03-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{i <= k}]\!](b = \binom{n}{k}, i \le k \wedge b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv (i > k \Rightarrow b = \binom{n}{k}) \wedge (i \le k \Rightarrow (i \le k \wedge b = \binom{n-k+i-1}{i-1}))$$

$$\equiv (i > k \Rightarrow b = \binom{n}{k}) \wedge (i \le k \Rightarrow \wedge b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\Leftarrow i \le k+1 \wedge (i > k \Rightarrow b = \binom{n}{k}) \wedge (i \le k \Rightarrow b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv i \le k+1 \wedge (i = k+1 \Rightarrow b = \binom{n}{k}) \wedge (i \le k \Rightarrow b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv i \le k+1 \wedge (i = k+1 \Rightarrow b = \binom{n-k+i-1}{i-1}) \wedge (i \le k \Rightarrow b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv i \le k+1 \wedge (i \le k+1 \Rightarrow b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv i \le k+1 \wedge b = \binom{n-k+i-1}{i-1}$$

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{i = 2}]\!](i \le k+1 \wedge b = \binom{n-k+i-1}{i-1})$$

$$\equiv 2 \le k+1 \wedge b = \binom{n-k+2-1}{2-1}$$

$$\equiv 1 \le k \wedge b = \binom{n-k+1}{1}$$

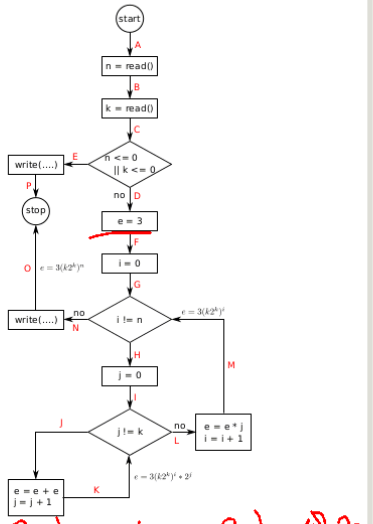
$$\equiv 1 \le k \wedge b = n-k+1 \wedge 1 \le n-k+1$$

$$\equiv 1 \le k \wedge b = n-k+1 \wedge k \le n$$

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{b = n - k + 1}]\!](1 \le k \wedge b = n-k+1 \wedge k \le n)$$

blatt03-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help



(3+3) (3+3)+(3+3)

blatt03-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

z.B. ImageMagick[2], um aus eingescannten Bildern ein PDF zu erzeugen. Achten S eingescannten Bildern darauf, dass diese im PDF-Dokument eine korrekte Orienti haben. **Abgaben, die sich nicht in beschriebenen Formaten befinden, kö nicht korrigiert oder bewertet werden!**

Aufgabe 3.3 (H) Veronika [10 Pu

Gegeben sei das folgende MiniJava-Programm, welches aus zwei Zahlen $n > 0$ und den Term $3(k2^k)^n$ berechnet:

```
int n = read();
int k = read();
if(n <= 0 || k <= 0) {
  write("Ihre Wahl fuer n bzw. k ist leider ungluecklich!");
  return;
}
int e = 3;
int i = 0;
while (i != n) {
  int j = 0;
  while (j != k) {
    e = e + e;
    j = j + 1;
  }
  e = e * j;
  i = i + 1;
}
write(e);
```

Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben.

1. Zeichnen Sie einen Kontrollflussgraphen des Programms.
2. Bestimmen Sie alle Zustände des Programms, wenn angenommen wird, dass und k jeweils die Zahl 2 eingegeben wird.
3. Überlegen Sie sich eine passende Schleifeninvariante. Nutzen Sie Ihre Invariant zu zeigen, dass am Ende des Programms tatsächlich $3(k2^k)^n$ ausgegeben wird

Lösungsvorschlag 3.3

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

Allgemeine Hinweise zur Hausaufgabenabgabe

Die Hausaufgabenabgabe bezüglich dieses Blattes erfolgt ausschließlich über Mo Abgabefrist finden Sie ebenfalls in Moodle. Bitte vergewissern Sie sich nach de selbstständig, dass alle Dateien erfolgreich auf Moodle eingestellt wurden. Die der Theorieaufgaben[1] müssen in Form einer einzigen PDF-Datei erfolgen. Nu z.B. ImageMagick[2], um aus eingescannten Bildern ein PDF zu erzeugen. Achte eingescannten Bildern darauf, dass diese im PDF-Dokument eine korrekte Ori haben. **Abgaben, die sich nicht in beschriebenen Formaten befinden, nicht korrigiert oder bewertet werden!**

Aufgabe 4.4 (H) Termara [1(

Zeigen Sie durch Anwendung des Schemas aus der Vorlesung, dass jede Ausfüh folgenden Programms terminiert.

```
1  int n = read();
2  int k = 1;
3  int i = 0;
4  while (i < n)
5    if (k != 10)
6      k = k + 1;
7    else {
8      i = i + 1;
9      k = 1;
10   }
```

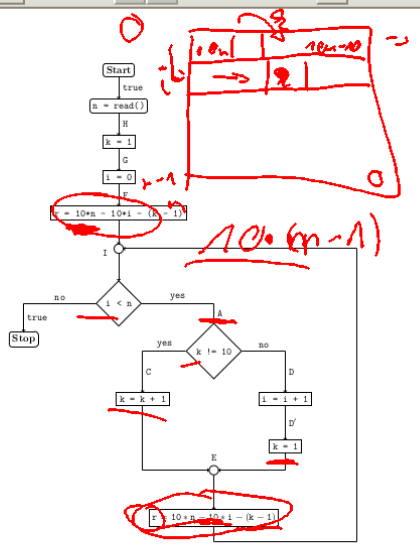
Lösungsvorschlag 4.4

Wir erstellen zunächst das *instrumentierte* Kontrollflussdiagramm.

[1] Theorieaufgaben sind Aufgaben, deren Lösung nicht programmiert wird
[2] http://www.imagemagick.org/script/index.php

blatt04-loesung.pdf

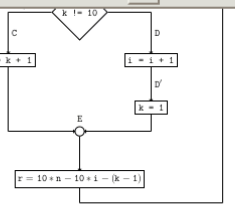
File Edit View Go Bookmarks Help



Für ten die Schleifen-Invariante

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help



Wir raten die Schleifen-Invariante

$$I := r = 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge k \le 10.$$

Entsprechend setzen wir

$$A :\equiv i < n \wedge I.$$

Für die Terminierung ist wichtig, dass

$$A \Rightarrow r > 0$$

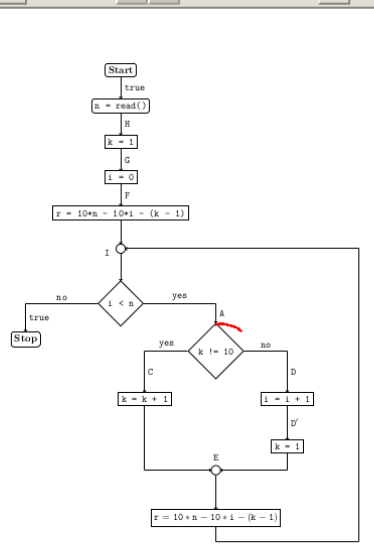
gilt. Dies bedeutet, dass r > 0 immer dann gilt, wenn die Schleife betreten w wird wie folgt bewiesen:

$$\begin{aligned} A &\equiv r = 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge k \le 10 \wedge i < n \\ &\Rightarrow r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - 10 \wedge i < n \\ &\Rightarrow r > 10 \cdot (n - i - 1) \wedge i < n \\ &\Rightarrow r > 0 \end{aligned}$$

8

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help



Für ten die Schleifen-Invariante

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

9 of 15 100%

$$\equiv (i \geq n \wedge i < n) \vee (i < n \wedge I)$$
$$\equiv (i \geq n \vee i < n) \wedge I$$
$$\equiv \texttt{true} \wedge I$$
$$\equiv I.$$

Weiterhin gilt

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{r = 10*n - 10*i - (k - 1)}]\!](I) \equiv k \leq 10.$$

Wir setzen

$$E := r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge k \leq 10.$$

Für die Terminierung ist wichtig, dass offensichtlich

$$E \Rightarrow r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1)$$

gilt. Dies bedeutet, dass die Variable r in jedem Schleifen-Durchlauf kleiner wir
Entsprechend setzen wir:

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = 1}]\!](E) \equiv r > 10 \cdot n - 10 \cdot i \wedge 1 \leq 10 \equiv r > 10 \cdot n - 10 \cdot i =: D'$$

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{i = i + 1}]\!](D') \equiv r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - 10 =: D$$

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + 1}]\!](E) \equiv r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge k < 10 =: C$$

Als nächstes zeigen wir die lokale Konsistenz am zweiten Bedingungsknoten.

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{k != 10}]\!](D, C)$$
$$\equiv (k = 10 \wedge D) \vee (k \neq 10 \wedge C)$$
$$\equiv (k = 10 \wedge r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - 10)$$
$$\vee (k \neq 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge k < 10)$$
$$\equiv (k = 10 \wedge r > 10 \cdot n - 10 \cdot i - 10) \vee (k < 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1$$
$$\equiv (k = 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1)) \vee (k < 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1)$$
$$\equiv (k = 10 \vee k < 10) \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1)$$
$$\equiv k \leq 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1)$$
$$\Leftarrow k \leq 10 \wedge r \geq 10 \cdot n - 10 \cdot i - (k-1) \wedge i < n$$
$$\equiv A$$

Weiter geht's wie folgt:

$$\mathrm{WP}[\![\texttt{r = 10*n - 10*i - (k - 1)}]\!](I) \equiv k \leq 10 =: F$$

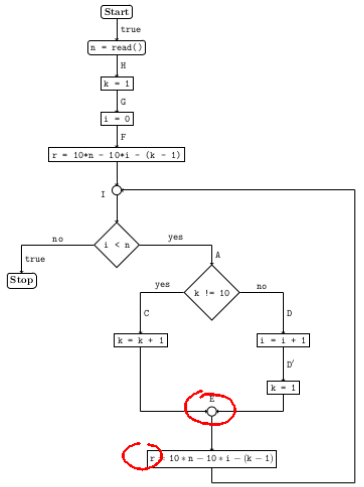
$$\mathrm{WP}[\![\texttt{i = 0}]\!](F) \equiv k \leq 10 =: G$$

debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:31:02

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

8 of 15 100%



ir raten die Schleifen-Invariante

debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:31:02

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

10 of 15 100%

2. Der Start-Knoten ist mit `true` annotiert.
3. Beim Betreten der Schleife gilt stets `r > 0` (siehe (1)).
4. Mit jedem Schleifen-Durchlauf wird `r` kleiner (siehe (2)).

Aufgabe 4.5 (H) Paarung mit Cantor [10 Punkte + 5 Bon

Die *Cantorsche Paarungsfunktion* ist definiert wie folgt:

$$\pi(y, x) := x + \frac{1}{2}(x+y)(x+y+1)$$

Eine besonders elegante Weise, die Werte x und y der Umkehrfunktion $\pi^$
$n = \pi(y, x)$ zu berechnen, ist in folgendem Programm implementiert.

```
1  int p = read();
2  int x = 0;
3  int y = 0;
4  int k = 0;
5  outer: while(k != p) {
6    int d;
7    if(y == 0) {
8      k = k + x + 2;
9      x = x + 1;
10     d = 1;
11   } else {
12     k = k + y + 1;
13     y = y + 1;
14     d = -1;
15   }
16   do {
17     if(k == p)
18       break outer;
19     x = x - d;
20     y = y + d;
21     k = k - d;
22   } while(x != 0 && y != 0);
23 }
24 write(x);
25 write(y);
```

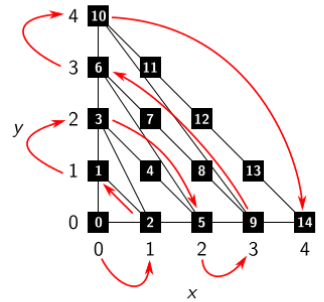
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:33:10

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

11 of 15 100%

10



Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben.

1. Zeigen Sie, dass das Programm nichts anderes als die Koordinaten x und y ausgibt, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.
2. (*Bonusaufgabe, keine Lösung*) Zeigen Sie, dass das Programm stets terminiert, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.

inweis: Es sind zu dieser Aufgabe nur Lösungen zulässig, die das Schema aus der
rlesung nutzen.
inweis: Nutzen Sie zur Lösung der Aufgabe den gegebenen Kontrollflussgraphen.

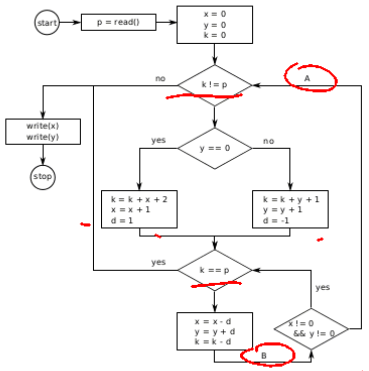
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:33:10

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

12 of 15 100%

11



ösungsvorschlag 4.5

1. Da der Beweis etwas umfangreicher ist, teilen wir ihn in zwei Teile auf:
   - Wir zeigen, dass $d \in \{-1, 1\}$ überall gilt.
   - Wir zeigen die geforderte Aussage.

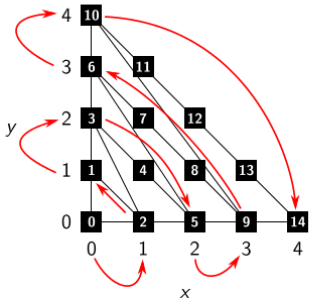
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:42:53

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

11 of 15 100%

10



Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben.

1. Zeigen Sie, dass das Programm nichts anderes als die Koordinaten x und y ausgibt, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.
2. (*Bonusaufgabe, keine Lösung*) Zeigen Sie, dass das Programm stets terminiert, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.

inweis: Es sind zu dieser Aufgabe nur Lösungen zulässig, die das Schema aus der
rlesung nutzen.
inweis: Nutzen Sie zur Lösung der Aufgabe den gegebenen Kontrollflussgraphen.

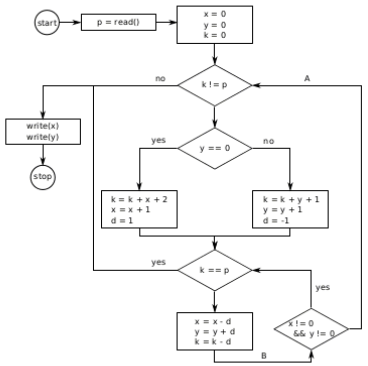
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:42:53

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

12 of 15 100%

11



ösungsvorschlag 4.5

1. Da der Beweis etwas umfangreicher ist, teilen wir ihn in zwei Teile auf:
   - Wir zeigen, dass $d \in \{-1, 1\}$ überall gilt.
   - Wir zeigen die geforderte Aussage.

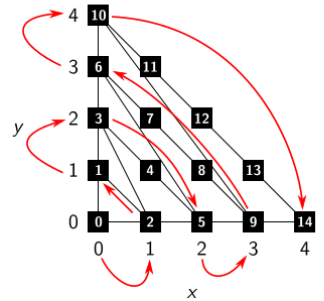
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:43:49

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

11 of 15 100%

10



Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben.

1. Zeigen Sie, dass das Programm nichts anderes als die Koordinaten x und y ausgibt, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.
2. (*Bonusaufgabe, keine Lösung*) Zeigen Sie, dass das Programm stets terminiert, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.

inweis: Es sind zu dieser Aufgabe nur Lösungen zulässig, die das Schema aus der
rlesung nutzen.
inweis: Nutzen Sie zur Lösung der Aufgabe den gegebenen Kontrollflussgraphen.

debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:43:49

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

13 of 15 100%

$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k == p}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x != 0 \&\& y != 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x = x + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + x + 2}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y = y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y == 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k != p}]\!](A, A)$
$\equiv A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = 1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv 1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = -1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv -1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

Nun können wir die Aussage der Teilaufgabe zeigen. Wir wählen folgende Invarianten für die Schleifen[4]:

$$A := k = \pi(y, x) \wedge (x = 0 \vee y = 0)$$
$$B := (d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x))$$

Wir prüfen lokale Konsistenz:

$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k - d}]\!]((d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x)))$
$\equiv (d = 1 \Rightarrow k - d = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k - d = \pi(y, x))$
$\equiv (d = 1 \Rightarrow k - 1 = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k + 1 = \pi(y, x))$

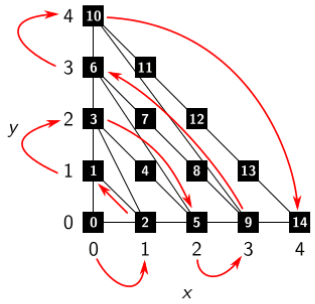
debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:45:56

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

11 of 15 100%

10



Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben.

1. Zeigen Sie, dass das Programm nichts anderes als die Koordinaten x und y ausgibt, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.
2. (*Bonusaufgabe, keine Lösung*) Zeigen Sie, dass das Programm stets terminiert, wenn der Benutzer eine Zahl aus $\mathbb{N}_0$ für $\pi(y, x)$ eingegeben hat.

inweis: Es sind zu dieser Aufgabe nur Lösungen zulässig, die das Schema aus der orlesung nutzen.
inweis: Nutzen Sie zur Lösung der Aufgabe den gegebenen Kontrollflussgraphen.

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

13 of 15 100%

$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k - d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y = y + d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x = x - d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k == p}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x != 0 \&\& y != 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x = x + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + x + 2}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y = y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y == 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k != p}]\!](A, A)$
$\equiv A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = 1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv 1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = -1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv -1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

Nun können wir die Aussage der Teilaufgabe zeigen. Wir wählen folgende Invarianten für die Schleifen[4]:

$$A := k = \pi(y, x) \wedge (x = 0 \vee y = 0)$$
$$B := (d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x))$$

Wir prüfen lokale Konsistenz:

$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k - d}]\!]((d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x)))$

debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:47:36

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

10 of 15 100%

2

Eine besonders elegante Weise, die Werte x und y der Umkehrfunktion $\pi^{-1}(n)$ mit $= \pi(y, x)$ zu berechnen, ist in folgendem Programm implementiert.

```
nt p = read();
nt x = 0;
nt y = 0;
nt k = 0;
uter: while(k != p) {
 int d;
 if(y == 0) {
   k = k + x + 2;
   x = x + 1;
   d = 1;
 } else {
   k = k + y + 1;
   y = y + 1;
   d = -1;
 }
 do {
   if(k == p)
     break outer;
   x = x - d;
   y = y + d;
   k = k - d;
 } while(x != 0 && y != 0);

rite(x);
rite(y);
```

Der Wert $\pi(y, x)$ kodiert den Punkt (x, y) im Koordinatensystem entsprechend der iter unten gezeigten Abbildung[3]. Die Abbildung zeigt auch, wie das Programm entlang r Diagonalen das Koordinatensystem abläuft, bis es den gesuchten Wert gefunden hat.

[3]Quelle: Wikipedia

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

13 of 15 100%

$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k - d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y = y + d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x = x - d}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k == p}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x != 0 \&\& y != 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{x = x + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + x + 2}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y = y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k = k + y + 1}]\!](A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{y == 0}]\!](A, A)$
$\equiv \mathrm{WP}[\![\texttt{k != p}]\!](A, A)$
$\equiv A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = 1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv 1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

$\mathrm{WP}[\![\texttt{d = -1}]\!](d \in \{-1, 1\})$
$\equiv -1 \in \{-1, 1\}$
$\equiv \texttt{true}$
$\Leftarrow A$

Nun können wir die Aussage der Teilaufgabe zeigen. Wir wählen folgende Invarianten für die Schleifen[4]:

$$A := k = \pi(y, x) \wedge (x = 0 \vee y = 0)$$
$$B := (d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x))$$

Wir prüfen lokale Konsistenz:

$\mathrm{WP}[\![\texttt{k = k - d}]\!]((d = 1 \Rightarrow k = \pi(y, x)) \wedge (d = -1 \Rightarrow k = \pi(y, x)))$

debian 1 2 3 4 xterm blatt04-loesung.pdf blatt04-loesung.pdf 09:47:41

blatt04-loesung.pdf

File Edit View Go Bookmarks Help

10 of 15 100%

3. Beim Betreten der Schleife gilt stets $\texttt{r} > 0$ (siehe (1)).
4. Mit jedem Schleifen-Durchlauf wird $\texttt{r}$ kleiner (siehe (2)).

ufgabe 4.5 (H) Paarung mit Cantor [10 Punkte + 5 Bonuspunkte]

ie *Cantorsche Paarungsfunktion* ist definiert wie folgt:

$$\pi(y, x) := x + \frac{1}{2}(x + y)(x + y + 1)$$

Eine besonders elegante Weise, die Werte x und y der Umkehrfunktion $\pi^{-1}(n)$ mit $= \pi(y, x)$ zu berechnen, ist in folgendem Programm implementiert.

```
nt p = read();
nt x = 0;
nt y = 0;
nt k = 0;
uter: while(k != p) {
 int d;
 if(y == 0) {
   k = k + x + 2;
   x = x + 1;
   d = 1;
 } else {
   k = k + y + 1;
   y = y + 1;
   d = -1;
 }
 do {
   if(k == p)
     break outer;
   x = x - d;
   y = y + d;
   k = k - d;
 } while(x != 0 && y != 0);

rite(x);
rite(y);
```